ACTA
Vol. IV - N. 21

TEORIA E CALCOLO DELLE TRAVI CON ARMATURE PREVENTIVAMENTE TESE

(IL PROPORZIONAMENTO DELL'ARMATURA) (*)

(Con una figura)

GUSTAVO COLONNETTI
Accademico Pontificio

SVMMARIVM. — Quaerens auctor quanam proportione debeat fultura exstrui, determinat quomodo se habere debeat ut quam minimum materiae adhiberi possit.

Poniamo il problema:

Data la sezione retta di una trave in cemento armato, semplicemente inflessa, nonchè il valore del momento flettente massimo che essa è destinata a sopportare, determinare le condizioni a cui deve soddisfare la messa in tensione preventiva delle armature perchè sia in ogni caso evitata ogni sollecitazione a trazione nel calcestruzzo.

Adottiamo al solito come assi coordinati di riferimento l'asse neutro (x) e l'asse di sollecitazione (y) che, per semplicità, supporremo fra loro ortogonali.

E denotiamo:

con y' e $-y''$ le ordinate delle due tangenti t' e t'' al contorno della sezione, condotte parallelamente all'asse neutro;

con $-d'$ e d'' le ordinate degli antipoli C' e C'' di dette tangenti rispetto all'ellisse centrale d'inerzia della sezione (punti di nocciolo);

(*) Nota presentata il 26 giugno 1940.

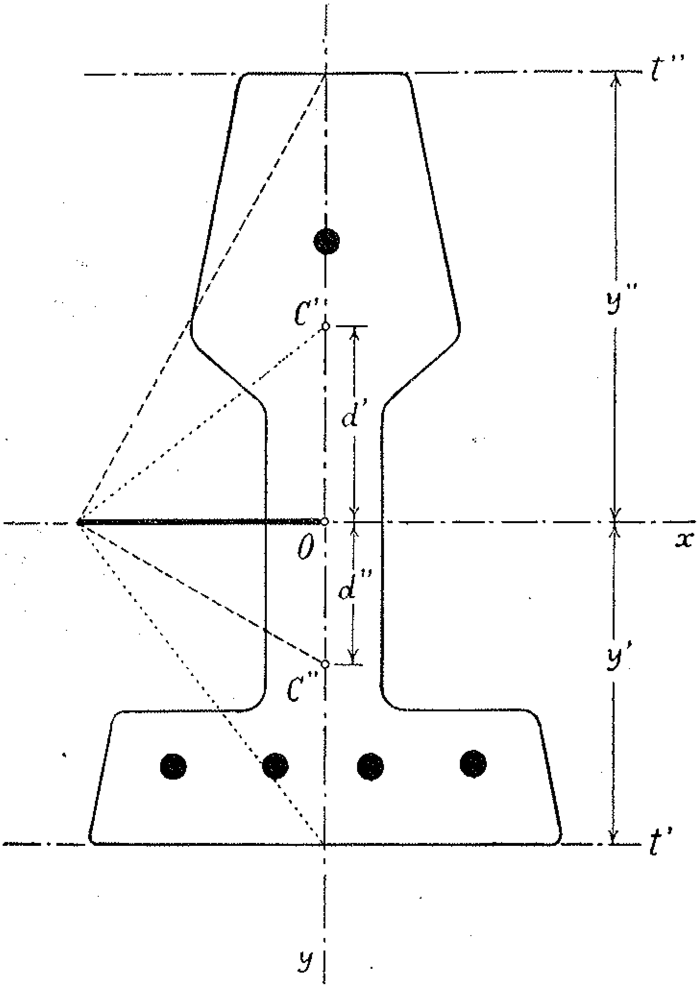

Fig. 1.

con σ' e $-\sigma''$ le tensioni unitarie nei punti di tangenza, dovute all'azione del momento flettente massimo (positivo) M, epperò suscettibili di essere espresse sotto la forma

$$\sigma' = \frac{\mathrm{M}y'}{\mathrm{J}} \qquad \sigma'' = \frac{\mathrm{M}y''}{\mathrm{J}}$$

dove J è il momento d'inerzia della sezione rispetto all'asse neutro.

È noto che la voluta eliminazione di ogni sollecitazione a trazione nel calcestruzzo si ottiene quando la messa in tensione preventiva delle armature è tale che le tensioni unitarie a trave scarica, nei già ricordati punti di tangenza, risultano rispettivamente eguali a $-\sigma'$ ed a 0.

In tal caso infatti le corrispondenti tensioni risultanti sotto carico riescono rispettivamente eguali a 0 ed a $-\sigma''$.

Ora è facile constatare che, perchè ciò avvenga, occorre e basta chè la risultante delle tensioni *applicate alle armature al momento del getto* abbia per punto di applicazione l'antipolo C″ e per grandezza

$$\frac{M}{d' + d''}$$

Se ne deduce che, a parità di momento flettente massimo, questa risultante sarà tanto più piccola quanto più grande sarà la distanza $d' + d''$ dei due antipoli.

Il problema dell'economia del materiale di cui son costituite le armature è dunque in primo luogo un problema di massimo della distanza $d' + d''$.

Sezioni cui compete lo stesso valore della distanza $d' + d''$ sono pertanto, sotto questo punto di vista, da considerarsi come equivalenti.

Resta il problema della più razionale disposizione delle armature entro la sezione della trave, e della loro messa in tensione.

Una soluzione praticamente soddisfacente di questo problema si ottiene se il baricentro della sezione metallica coincide coll'antipolo C″; in tal caso infatti le tensioni da applicare alle armature verranno uniformemente ripartite sulle armature stesse *se la messa in tensione si effettua, come d'uso, prima del getto.*

Se invece la messa in tensione viene eseguita *dopo la presa del calcestruzzo* (1) *in modo da realizzare direttamente lo stato di coazione a trave scarica*, le tensioni da applicare alle armature dovranno esser

(1) G. Colonnetti, *Di un nuovo procedimento per la messa in tensione delle armature nelle strutture in cemento armato*, Pontificia Academia Scientiarum, « Acta », vol. IV, 8, 1940. Cfr. anche: *Teoria e calcolo delle travi con armature*

tali da determinare sulla sezione di calcestruzzo (vale a dire: sulla sezione depurata dalle armature) quella certa distribuzione di tensioni i cui valori estremi sono precisamente $-\sigma'$ e 0.

Ora la seconda di queste due condizioni definisce la posizione della risultante delle tensioni - il cui punto di applicazione dovrà coincidere coll'antipolo della tangente t'' rispetto all'ellisse centrale d'inerzia della sezione depurata, come si è detto, dalle armature - mentre la prima ne definisce senz'altro la grandezza.

Per quel che si riferisce alla resistenza del calcestruzzo, giova osservare che le tensioni unitarie massime $-\sigma'$ (a trave scarica) e $-\sigma''$ (sotto carico) saranno tanto minori quanto maggiori sono i valori dei moduli di resistenza

$$\frac{J}{y'} \quad \text{e} \quad \frac{J}{y''}$$

Di qui la opportunità che *entrambi* questi valori siano i più grandi possibili.

A parità di momento d'inerzia e di altezza della sezione, le condizioni più favorevoli si realizzano quando y' ed y'' sono eguali.

Non è poi senza interesse avvertire che quel che si è detto qui a proposito della flessione semplice può facilmente estendersi al caso della presso flessione, quando si abbia l'avvertenza di prendere in considerazione i momenti di nocciolo.

È noto infatti che, nel caso della presso flessione, la tensione unitaria massima positiva — che si tratta di annullare per sovrapposizione, mediante la messa in tensione preventiva delle armature, di una tensione eguale e di segno contrario — può continuare ad esprimersi nel

---

preventivamente tese (il caso della presso-flessione), Pontificia Academia Scientiarum, « Acta », vol. IV, 2, 1940; *Teoria e calcolo delle travi con armature preventivamente tese (il problema della sezione parzializzata)*, Pontificia Academia Scientiarum, « Acta », vol. IV, 17, 1940.

modo dianzi indicato quando per M si assuma il minore dei due momenti di nocciolo.

L'altro momento di nocciolo si dovrà invece introdurre nella espressione della tensione unitaria massima negativa.

Resta così confermato che, a parità di valore del primo di quei momenti, il proporzionamento dell'armatura riuscirà tanto più economico quanto più grande sarà la solita distanza $d' + d''$ dei due antipoli.

Resta, in secondo luogo, confermato che, a parità di valore dei momenti di nocciolo, le tensioni unitarie massime nel calcestruzzo saranno tanto minori quanto maggiori sono i valori dei due moduli di resistenza.

Le condizioni più favorevoli si realizzano quando momenti di nocciolo e moduli di resistenza sono fra loro ordinatamente proporzionali; o, ciò che fa lo stesso, quando le distanze y' ed y'' sono inversamente proporzionali alle distanze del centro di sollecitazione dai due antipoli C′ e C″.