

CONFERME SPERIMENTALI
DELLA TEORIA DI COLONNETTI
SU L'EQUILIBRIO ELASTO-PLASTICO (*)

(Con una figura ed una tavola)

E. GIACCHERO e F. LEVI

SUMMARIVM. — Auctores breviter exponunt quid ex experimentis peractis ad comprobendam theoriam Colonnetti invenerint.

Nella sua Nota *Sulla resistenza alla flessione in regime elasto-plastico* ⁽¹⁾, il prof. COLONNETTI ha indicato quale doveva essere, secondo la sua nuova teoria dell'equilibrio elasto-plastico, la legge di interdipendenza fra curvatura e momento flettente. Le conclusioni a cui egli è giunto presentano però alcune nette discordanze da quelle a cui sono giunti altri autori che, in questi ultimi tempi, si sono occupati dello stesso argomento ⁽²⁾.

Ci è parso perciò che fosse del maggiore interesse istituire qualche esperienza intesa a chiarire l'effettivo andamento del fenomeno, e precisamente:

1) per quale valore del momento flettente abbiano inizio le prime deformazioni plastiche;

(*) Nota presentata dall'Accademico Pontificio G. Colonnetti, il 10 settembre 1938.

⁽¹⁾ G. COLONNETTI, *Sulla resistenza alla flessione in regime elasto-plastico*, Pontificia Academia Scientiarum, « Commentationes », anno III, vol. III, n. I.

⁽²⁾ W. PRAGER, *Mécanique des solides isotropes au delà du domaine élastique*, « Memorial des Sciences Mathématiques », fasc. LXXXVII, 1937, Paris, Gauthier-Villars.

2) se tali deformazioni plastiche si manifestino progressivamente dai bordi della sezione verso l'asse neutro o se si determinino d'un tratto estese all'intera sezione;

3) quale sia il reale andamento del diagramma che traduce graficamente la relazione tra momento flettente e curvatura.

Le esperienze furono intraprese nel Laboratorio di Scienza delle Costruzioni del Politecnico di Torino, su macchina Amsler da 5 tonn. accuratamente tarata e si effettuarono sopra una serie di travi di ferro omogeneo a sezione quadrata. Da ogni trave furono ricavate due provette su cui, con l'aiuto della stessa macchina, si eseguirono le prove di elasticità e resistenza alla trazione semplice determinando, con l'apparecchio a specchi di Martens e con un estensimetro di Ewing, il modulo di elasticità normale, il carico di snervamento, l'ampiezza delle deformazioni permanenti sotto carico costante e l'andamento successivo della curva sforzi-allungamenti.

Nella prova a flessione semplice (ottenuta mediante l'applicazione di due carichi uguali e simmetricamente disposti rispetto agli appoggi) la curvatura fu ricavata:

per piccoli valori del carico, misurando con l'aiuto di apparecchi a specchi gli allungamenti e gli accorciamenti delle fibre estreme;

per valori più grandi dalla misura diretta della freccia di incurvamento di un tronco di trave semplicemente inflesso.

Le facce laterali delle travi erano state rese speculari onde potere rilevare immediatamente la comparsa delle linee di scorrimento.

I risultati sperimentali ottenuti sono riassunti dalla curva a tratto continuo della figura, la quale si riferisce ad una delle migliori fra le numerose esperienze da noi eseguite.

Dal punto di vista qualitativo, tali esperienze confermarono pienamente e concordemente le previsioni del COLONNETTI. Infatti, dopo una prima fase elastica durante la quale la curvatura è funzione lineare del momento, non appena si raggiunga quel valore della sollecitazione per cui le tensioni (calcolate secondo la ordinaria teoria della elasticità)

raggiungono ai bordi della sezione il limite di elasticità del materiale si nota sempre:

- 1) che la legge di interdipendenza fra curvatura e momento cessa di essere lineare (mentre il fenomeno cessa di essere elastico);
- 2) che la curvatura prende a crescere sempre più rapidamente mentre il momento tende verso quel valore limite che si può definire

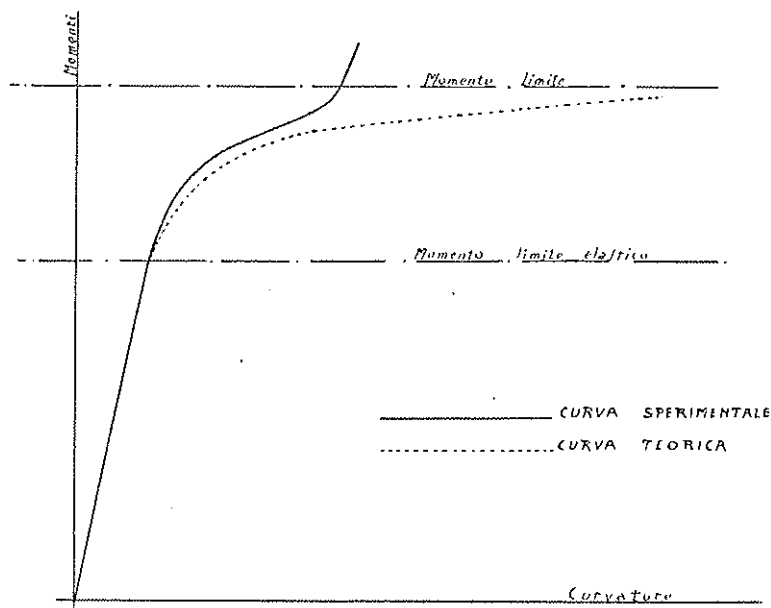


FIG. 1.

ammettendo che il limite di elasticità del materiale sia stato raggiunto in tutti i punti della sezione retta della trave;

3) che il diagramma che traduce graficamente la relazione fra momento flettente e curvatura si scosta dall'andamento teorico (che in figura è stato rappresentato dalla curva punteggiata) quando entra in gioco l'incrudimento del materiale ai bordi della sezione. A partire da questo istante la legge di deformazione prende un andamento completamente nuovo in cui il momento flettente accusa una netta ripresa

* Acta, vol. III.

grazie alla quale non solo raggiunge, ma supera nettamente il valore limite precedentemente definito.

L'estensione di queste varie fasi del fenomeno è naturalmente influenzata dalle caratteristiche del materiale che costituisce la trave. Si osserva così che l'ampiezza della porzione di curva sperimentale che segue da vicino quella teorica è in relazione diretta con la lunghezza della fase di allungamento plastico sotto carico costante che il materiale presenta a trazione semplice. Quando questa sia molto breve il cambiamento della legge di deformazione nella prova a flessione assume, nella rappresentazione pratica, l'aspetto di un semplice flesso (ciò può anche avvenire quando l'esperienza venga condotta rapidamente). In ogni caso però il cambiamento di legge è molto netto e, fatto di notevole importanza, esso avviene sempre per un valore del momento inferiore al valore limite.

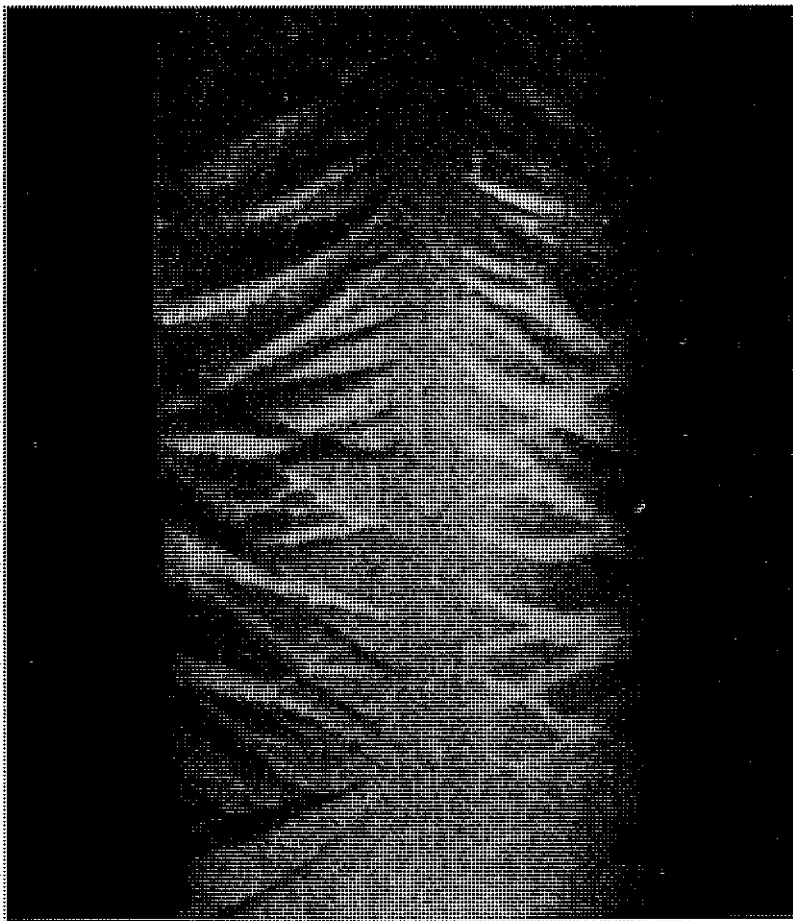
Dal punto di vista quantitativo, le esperienze che stiamo descrivendo diedero luogo ad alcuni altri rilievi degni di venire messi bene in evidenza.

Si nota così, esaminando la figura dove la curva teorica e quella sperimentale sono state affiancate, che quest'ultima si mantiene costantemente al di sopra dell'altra. A questo si aggiunga che l'inizio della ripresa, nella prova a flessione, sembra precedere l'istante in cui nelle fibre estreme detta ripresa dovrebbe avere inizio tenuto conto dei risultati della prova a trazione semplice.

Si viene così a mettere in luce l'interesse che potrebbero avere ulteriori sistematiche esperienze che chiariscano le ragioni di questi due fatti e che stabiliscano con precisione l'approssimazione con cui, dal punto di vista quantitativo, la teoria del COLONNETTI interpreta il fenomeno fisico.

Sin d'ora però è da considerarsi come ben assodato che, contrariamente a quanto, in base alle esperienze di THUM e WUNDERLICH, il PRAGER credeva di potere affermare nella suaccennata Nota ⁽¹⁾, il fe-

⁽¹⁾ Nella sua Nota dianzi citata (a pag. 54) il PRAGER si esprime testualmente così: « Les fibres de la barre placées à la plus grande distance de la couche neutre atteignent les premières l'effort qui permet l'entrée dans la région pla-



nomeno plastico nell'esperienza di flessione ha sempre inizio ben prima che il momento raggiunga il valore limite.

A questo proposito va ricordato che il PRAGER, e con lui gli sperimentatori cui egli si riferisce, credeva di potere individuare la prima apparizione di deformazioni plastiche con la comparsa sulle facce laterali della trave delle prime linee di Lüders. Ora, nelle esperienze che formano oggetto della presente Nota, si notò sempre che, come già il COLONNETTI prevedeva, dette linee non compaiono che quando il fenomeno plastico abbia già assunto una certa importanza.

Non sembra perciò assolutamente ammissibile scegliere come criterio dell'inizio della fase elasto-plastica l'apparizione delle linee di Lüders. D'altronde non è neppure vero ciò che riteneva provato il PRAGER, che cioè questa comparsa coincida con il raggiungimento del momento limite, poichè invece in tutte le nostre esperienze l'apparizione delle prime linee, pure verificandosi in ritardo rispetto alla comparsa delle prime deformazioni permanenti, precedette sempre sensibilmente il raggiungimento del momento limite.

Il modo stesso con cui le prime linee si presentano (quale è raffigurato nella fotografia riprodotta) ci ha permesso di constatare che, conformemente alla teoria del COLONNETTI, le deformazioni plastiche si manifestano dapprima soltanto in prossimità dei bordi (e soprattutto del bordo teso) e solo in seguito si propagano avvicinandosi progressivamente all'asse neutro.

stique. Mais comme cette entrée est accompagnée d'un accroissement discontinu de dilatation, auquel les fibres voisines qui sont encore sous le régime élastique ne peuvent s'adapter, les fibres extérieures n'entrent pas encore dans la région plastique mais dépassent élastiquement l'effort d'écoulement. Ce n'est qu'après que le moment de flexion est devenu suffisamment grand pour que toute une couche transversale de la barre puisse entrer en état plastique, que le passage à cet état se produit subitement pour les éléments de cette couche. Les premières déformations plastiques, indiquées par les lignes dites de Lüders ou de Hartmann, ne peuvent donc se produire avant que le moment de flexion n'ait atteint la valeur qu'on peut calculer en attribuant à tous les éléments d'une section droite les efforts dont les valeurs absolues sont égales à l'effort de l'écoulement ».